Übungsklausur Exponentialfunktion (Alkoholgehalt im Blut)
Pflichtteil (ohne Hilfsmittel)

1) Leite $f(x) = (2x+1)\cdot e^{-x}$ einmal ab. (2VP)

2) Bestimme eine Stammfunktion.

a) $f(x) = -6x^2 + 2e^x$ b) $f(x) = \frac{2}{x} + 4e^{-2x}$ (3VP)

3) Löse die Gleichung.

a) $\left(2x^2-8\right)\cdot\left(e^{2x}-4\right) = 0$ b) $e^x + 2e^{-x} = 3$ (4VP)

4) Gegeben sind die Funktionen f und g mit $f(x) = e^x$ und $g(x) = -e^{-x} + 2$.

a) Beschreibe, wie das Schaubild von g aus dem Schaubild von f entsteht.

b) Zeige, dass sich die Schaubilder von f und g im Punkt P(0|1) berühren.

Hinweis: Berühren an der Stelle $x = a$ bedeutet:

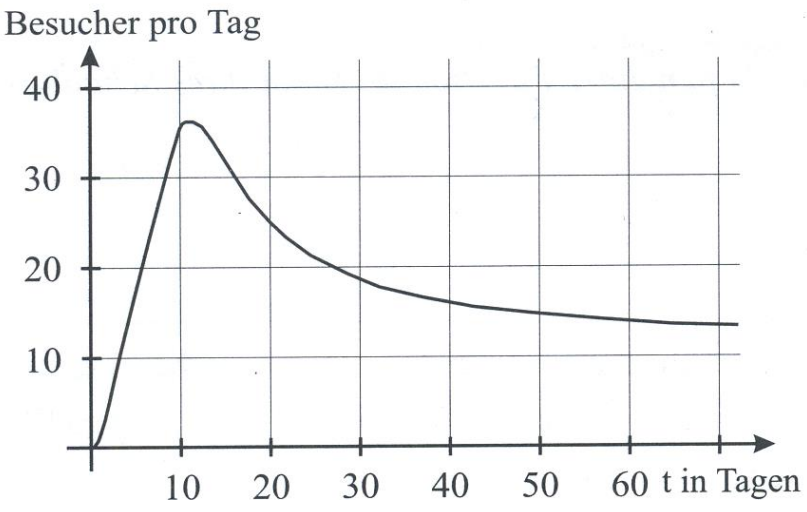
(I) $f(a) = g(a)$

(II) $f'(a) = g'(a)$ (3VP)

5) Das unten dargestellte Schaubild zeigt die tägliche Besucherzahl einer Ausstellung.

a) Beschreibe den Verlauf der Besucherzahlen und gib Gründe für diesen Verlauf an.

b) Wie viele Menschen haben die Ausstellung etwa in den ersten zehn Tagen besucht? Schildere Dein Vorgehen. (3VP)

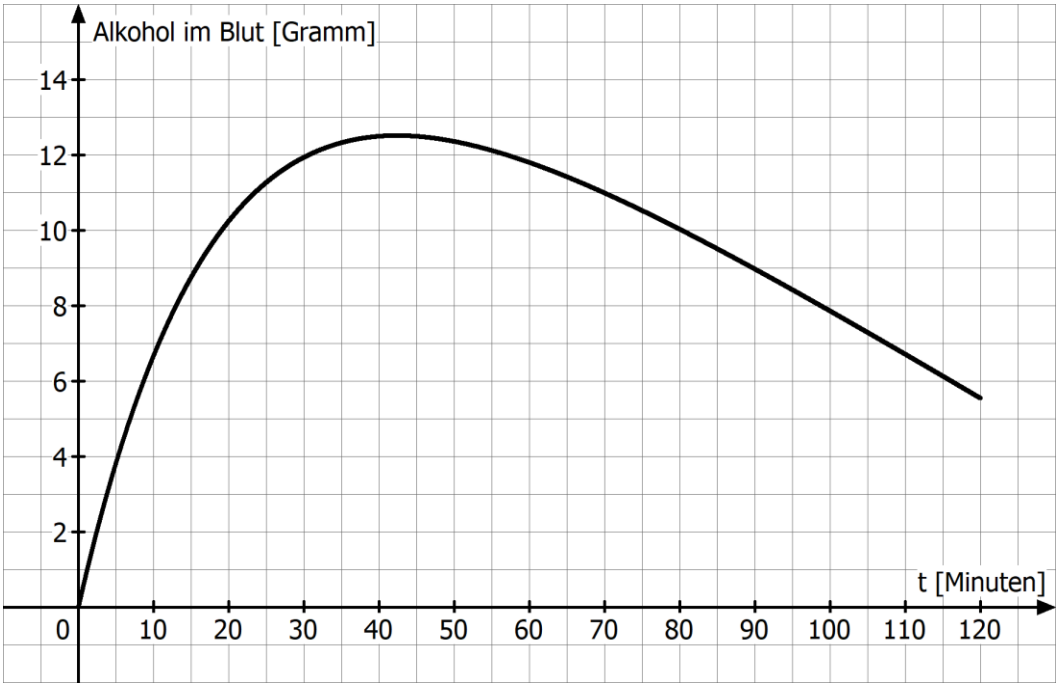


Übungsklausur Exponentialfunktion (Alkoholgehalt im Blut)
Wahlteil (mit WTR und Merkhilfe)

Nach dem Konsum von Alkohol kann die Alkoholmenge im Blut in Abhängigkeit der Zeit durch die Funktion

$f(t) = 20 \cdot (1 - e^{-0,05t}) - 0,12 \cdot t$ (t in Minuten nach dem Alkoholkonsum, $f(t)$ in Gramm)

beschrieben werden. Das Schaubild der Funktion f ist unten dargestellt.



a) Beantworte folgende Fragen anhand des Graphen:
   (1) Beschreibe, wie sich die Alkoholmenge im Blut verändert.
   (2) Wie groß ist die maximale Alkoholmenge im Blut?
   (3) Welche durchschnittliche Menge Alkohol befindet sich während der ersten Stunde nach dem Konsum im Blut?

b) Bei 0,5 Promille droht Führerscheinentzug.
   Es gilt die Formel $p = \frac{A}{0,7 \cdot G}$. Dabei ist p der Blutalkoholgehalt in Promille, A die Alkoholmenge im Blut und G das Körpergewicht in Kilogramm.
   Ab welcher Alkoholmenge im Blut verliert Herr Schluck-Specht ($G = 70kg$) den Führerschein?

c) Alkohol, der auf nüchternen Magen getrunken wird, geht deutlich schneller in den Blutkreislauf über. In diesem Fall wird jetzt die Alkoholmenge im Blut in Abhängigkeit der Zeit durch die Funktionenschar

   $f_k(t) = 20 \cdot (1 - e^{-kt}) - 0,12 \cdot t$ (t in Minuten nach dem Alkoholkonsum, $f_k(t)$ in Gramm)

   beschrieben. k gibt dabei die „Aufnahmegeschwindigkeit“ des Alkohols an.

   Herr Schnaps-Drossel trinkt einen halben Liter Bier auf nüchternen Magen und bereits nach 30 Minuten ist die Alkoholmenge im Blut am höchsten. Bestimme den zugehörigen Wert von k.

Übungsklausur Exponentialfunktion (Alkoholgehalt im Blut)

Lösungen Pflichtteil:

1) $f'(x) = 2e^{-x} + (2x+1)e^{-x} \cdot (-1)$

2) a) $F(x) = -2x^3 + 2e^x$ b) $F(x) = 2\ln(x) - 2e^{-2x}$

3) a) $(2x^2 - 8) \cdot (e^{2x} - 4) = 0$

$2x^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow \boxed{x_{1/2} = \pm 2}$

oder $e^{2x} - 4 = 0 \Leftrightarrow e^{2x} = 4 \Leftrightarrow 2x = \ln(4) \Leftrightarrow \boxed{x_3 = \frac{\ln(4)}{2}}$

b) $e^x + 2e^{-x} - 3 = 0 \quad | \cdot e^x$

$e^{2x} + 2 - 3e^x = 0$

Subst: $u = e^x$

$u^2 - 3u + 2 = 0 \Rightarrow u_{1/2} = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} - 2} = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{3}{2} \pm \frac{1}{2}$

$u_1 = 2 \Rightarrow e^x = 2 \Leftrightarrow \boxed{x_1 = \ln(2)}$ $\quad u_2 = 1 \Rightarrow e^x = 1 \Leftrightarrow \boxed{x_2 = 0}$

4) a) Spiegelung an der y-Achse, Spiegelung an der x-Achse und Verschiebung entlang der y-Achse um 2 Einheiten nach oben.

b) (I) $f(0) = g(0) \Leftrightarrow 1 = 1$ somit erfüllt.

$f'(x) = e^x$ und $g'(x) = e^{-x}$

(II) $f'(0) = g'(0) \Leftrightarrow 1 = 1$ somit auch erfüllt.

5) a) Anzahl der Besucher nimmt am Anfang stark zu bis sie etwa am 11. Tag ihren Hochpunkt erreicht. Langfristig pendelt sich dann etwa bei zwölf Besuchern pro Tag ein.
Gründe: anfängliche Neugier, Werbung; dann gleichmäßiges Interesse

b) Anzahl der Besucher = Flächeninhalt unterhalb der Kurve näherungsweise dreieckig

Besucheranzahl = $\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 35 = \boxed{175}$ Besucher in den ersten 10 Tagen.

Übungsklausur Exponentialfunktion (Alkoholgehalt im Blut)

Lösungen Wahlteil:

a) (1) Zunächst nimmt der Alkoholgehalt im Blut zu, bis er nach ca. 40min seinen Maximalwert erreicht. Dann sinkt der Alkoholgehalt wieder langsam ab.

(2) Maximum von $f(t)$ $H(42\,|\,12,5) \Rightarrow$ Maximal $\boxed{12,5\text{g}}$ Alkohol im Blut

(3) $m = \frac{1}{60}\int_0^{60} f(t)dt \underset{\text{Kästchen}}{=} \frac{1}{60} \cdot 600 = 10 \Rightarrow \boxed{m \approx 10\text{g}}$

b) $A = p \cdot 0,7 \cdot G \rightarrow A = 0,5 \cdot 0,7 \cdot 70 = 24,5 \Rightarrow$ ab 24,5g Alkohol im Blut

c) Es gilt: $f_k'(30) = 0$ (Maximum nach 30 Minuten!)

$f_k'(t) = 20 \cdot k \cdot e^{-kt} - 0,12$

$f_k'(30) = 20 \cdot k \cdot e^{-k \cdot 30} - 0,12 = 0$ über Table am WTR $(x \mathrel{\hat{=}} k) \Rightarrow k = 0,09$